

$$2b) - \frac{1}{2}(a+2b)(a+b) - \frac{1}{2}b^2 = ab + \frac{3}{2}b^2,$$

$$S_{\text{三角形}MNC} = \frac{1}{2}(a+b) \times b = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}b^2, \text{ 所以 } S_1 =$$

$$S_{\text{三角形}DGI} + S_{\text{三角形}KMD} + S_{\text{三角形}MNC} = 2ab + \frac{5}{2}b^2, S_2 =$$

$$b^2. \text{ 因为 } S_1 = 6S_2, \text{ 所以 } 2ab + \frac{5}{2}b^2 = 6b^2, \text{ 化简得}$$

$$2a = \frac{7}{2}b, \text{ 所以 } \frac{a}{b} = \frac{7}{4}. \text{ 故答案为 } \frac{7}{4}.$$

思路分析
题图中阴影部分面积为三个阴影三角形的面积和,利用三角形面积公式,找到底和高,可求出三角形DGI与三角形MNC的面积,利用面积的和差可求出三角形KMD的面积,利用已知条件进行化简即可得出答案.

- 10. 【解】**(1) 原式 $= x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy = 2x^2 + y^2$.
当 $x=1, y=-2$ 时, 原式 $= 2 \times 1^2 + (-2)^2 = 2 + 4 = 6$.
(2) 原式 $= 2m - m^2 + 2m + m^2 - 9 = 4m - 9$.
当 $m = \frac{5}{2}$ 时, 原式 $= 4 \times \frac{5}{2} - 9 = 10 - 9 = 1$.

- 11. 【解】**(1) 因为题图(1)中大长方形的面积等于题图(2)中空白部分的面积,
所以 $4ab = (a+b)^2 - (b-a)^2$,
所以 $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$, 故答案为 $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$.
(2) 因为 $A = \frac{x-2y-3}{4}, B = x+2y-3, 4AB = (A+B)^2 - (A-B)^2$,
所以 $(A-B)^2 - (A+B)^2 = -4AB$
 $= -4 \times \frac{x-2y-3}{4} \times (x+2y-3)$
 $= -[(x-3)-2y][(x-3)+2y]$
 $= -[(x-3)^2 - 4y^2]$
 $= -(x^2 - 6x + 9 - 4y^2)$
 $= -x^2 + 6x - 9 + 4y^2$.
(3) 因为 $a-b=b-c = \frac{3}{5}$, 所以 $a-b+b-c = a-c = \frac{6}{5}$, $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = \frac{9}{25}, (b-c)^2 = b^2 +$

关键点拨

本题考查新定义的理解和整式的运算,解题的关键是读懂题意,从已知条件中找到规律解决问题.

- $$c^2 - 2bc = \frac{9}{25}, \text{ 所以 } (a-c)^2 = a^2 + c^2 - 2ac = \frac{36}{25},$$
- $$\text{ 所以 } 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ac) = \frac{54}{25}.$$
- 因为 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, 所以 $2 - 2(ab + bc + ac) = \frac{54}{25}$, 则 $ab + bc + ac = -\frac{2}{25}$.
- 12. 【解】**(1) ① $101 - (1+0+1) = 99 = 9 \times 11$;
② $232 - (2+3+2) = 225 = 9 \times 25$;
③ $555 - (5+5+5) = 540 = 9 \times 60$.
故答案为 99, 9, 225, 9, 540, 9.
(2) 举例: 363, 888, 验证: $363 - (3+6+3) = 351 = 9 \times 39, 888 - (8+8+8) = 864 = 9 \times 96$. (答案不唯一)
(3) 三位数 $\overline{ABA} = 100A + 10B + A$, 则 $100A + 10B + A - (A+B+A) = 100A + 10B + A - A - B - A = 99A + 9B = 9(11A+B)$.
因为 $11A+B$ 是整数, 所以 $9(11A+B)$ 能被 9 整除, 所以 $100A + 10B + A - (A+B+A)$ 能被 9 整除, 所以小红的猜想是正确的.
- 13. 【解】**(1) ① $13 \times 29 - 11 \times 31 = 377 - 341 = 36$,
 $35 \times 51 - 33 \times 53 = 1785 - 1749 = 36$. 故答案为 36, 36.
② 由题意得 a, b, c, d 所对应的数分别为 $x-10, x-8, x+8, x+10$. 故答案为 $x-10, x-8, x+8, x+10$. $bc-ad = (x-8)(x+8) - (x-10)(x+10) = x^2 - 64 - x^2 + 100 = 36$.
(2) 不能. 理由: $m = y-19, n = y-17$, 则 $mn - y^2 = (y-19)(y-17) - y^2 = y^2 - 17y - 19y + 323 - y^2 = -36y + 323$. 若 $mn - y^2 = -649$, 则 $-36y + 323 = -649$, 解得 $y = 27$. 由题图(1)可知 y 不能为 27, 所以在框出的“T”字形中, $mn - y^2$ 的值不能等于 -649.

第2章 实数

2.1 平方根

课时1 平方根和算术平方根

刷基础

1. B

2. D 【解析】平方根是本身的数是 0, 故 A 不符合题意; 1 的平方根是 ± 1 , 故 B 不符合题意;

-1 没有平方根, 故 C 不符合题意; 0.1 是 0.01 的一个平方根, 故 D 符合题意. 故选 D.

3. B 【解析】因为 $3a-22$ 和 $2a-3$ 是同一个数的两个不同的平方根, 所以 $3a-22+2a-3=0$, 解得 $a=5$, 故选 B.

4. (1) 9 (2) 2 【解析】(1) 因为正数 x 的平方根是 a 和 $a+b$, 所以 $a+a+b=0$. 因为 $b=6$, 所

以 $2a+6=0$, 所以 $a=-3$, 所以 $x=9$. 故答案为 9.

(2) 因为正数 x 的平方根是 a 和 $a+b$, 所以 $(a+b)^2=x, a^2=x$. 因为 $a^2x+(a+b)^2x=8$, 所以 $x^2+x^2=8$, 所以 $x^2=4$. 因为 $x>0$, 所以 $x=2$. 故答案为 2.

5. **B** 【解析】面积为 4 的正方形的边长是 $\sqrt{4}$, 即为 4 的算术平方根. 故选 B.

6. **± 2** 【解析】16 的算术平方根是 4, 4 的平方根是 ± 2 .

7. **5** 【解析】设溢水杯内部的底面半径为 x 厘米. 由题意得 $\pi x^2 \times 0.8 = 60$, 所以 $x^2 = \frac{60}{0.8\pi} = 25$. 因为 $x>0$, 所以 $x=\sqrt{25}=5$. 故答案为 5.

8. 【解】设正方体储存盒的棱长为 x cm. 由题意, 得 $6x^2=20 \times \pi \times 10$, 解得 $x=10$ (负值已舍去). 答: 墨墨所做的正方体储存盒的棱长为 10 cm.

刷易错

9. **C** 【解析】因为 $\sqrt{49}=7$, 所以 $\sqrt{49}$ 的平方根是 $\pm\sqrt{7}$. 故选 C.

刷提升

1. **A** 【解析】观察题中规律可知, 被开方数最中间的数字即为开方结果的位数. 因为 12 345 678 987 654 321 最中间的数为 9, 所以其开方结果为九位数, 所以 $\sqrt{12\ 345\ 678\ 987\ 654\ 321}=111\ 111\ 111$. 故选 A.

2. **B** 【解析】因为 $\sqrt{150x}=\sqrt{5 \times 5 \times 2 \times 3x}$, 而 $\sqrt{150x}$ ($0<x<150$) 是一个整数, 且 x 为整数, 所以 $5 \times 5 \times 2 \times 3x$ 一定可以写成一个整数平方的形式, 所以 x 可以是 6, 24, 54, 96, 共有 4 个. 故选 B.

3. $\frac{3}{2}$ (答案不唯一) 【解析】由题可得, 正方形 A 的边长为 2, 正方形 C 的边长为 1, 所以 B 的边长在 1 和 2 之间 (不包含 1 和 2), 正方形 B 的边长可以是 $\frac{3}{2}$. 故答案为 $\frac{3}{2}$ (答案不唯一).

4. $\frac{3}{2}$ 【解析】由题意知 $2 \times 2^2 - \frac{7}{2} = 2a^2$, 解得 $a = \frac{3}{2}$ 或 $a = -\frac{3}{2}$ (舍去). 故答案为 $\frac{3}{2}$.

5. 【解】(1) 当 $t=16$ 时, $d=7 \times \sqrt{16-12}=7 \times 2=14$ (厘米).

易错警示

本题是求 $\sqrt{49}$ 的平方根, 很容易忽略“ $\sqrt{\quad}$ ”, 误认为是求 49 的平方根出错.

关键点拨

若 $\sqrt{150x}$ ($0<x<150$, 且 x 为整数) 是一个整数, 则 $150x$ 一定是一个整数的平方的形式.

答: 冰川消失 16 年后苔藓的直径约为 14 厘米.

(2) 当 $d=35$ 时, $\sqrt{t-12}=5$, 即 $t-12=25$, 解得 $t=37$.

答: 若测得一些苔藓的直径是 35 厘米, 则冰川约是在 37 年前消失的.

6. 【解】(1) 因为 $\frac{1}{\sqrt{9}}=\frac{1}{3}$, 所以数对 (9, 3) 的一对

“对称数对”是 $(\frac{1}{3}, \sqrt{3})$ 与 $(\sqrt{3}, \frac{1}{3})$. 故答案为

$(\frac{1}{3}, \sqrt{3})$ 与 $(\sqrt{3}, \frac{1}{3})$.

(2) 因为数对 $(x, 2)$ 的一个“对称数对”是 $(\sqrt{2}, 1)$, 所以 $\frac{1}{\sqrt{x}}=1$, 所以 $x=1$.

(3) 因为数对 (a, b) 的一个“对称数对”是

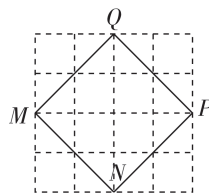
$(\sqrt{3}, 3\sqrt{2})$, 所以 $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}}=\sqrt{3}, \\ \sqrt{b}=3\sqrt{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}}=3\sqrt{2}, \\ \sqrt{b}=\sqrt{3}. \end{cases}$

故答案为 $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}}=\sqrt{3}, \\ \sqrt{b}=3\sqrt{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}}=3\sqrt{2}, \\ \sqrt{b}=\sqrt{3}. \end{cases}$

刷素养

7. 【解】(1) 由题图 (2) 可得, $S_{\text{正方形}EFGH}=3^2-4 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 2=5$, 所以 $EH=\sqrt{5}$, 故答案为 $\sqrt{5}$.

(2) 如图所示, 正方形 $MNPQ$ 即为所作.



课时 2 无理数

刷基础

1. **C** 【解析】在 $-2.236, \sqrt{5}, 0.101, -\sqrt{7}, \frac{1}{2}, \pi$ 中, $\sqrt{5}, -\sqrt{7}, \pi$ 是无理数, 共 3 个, 故选 C.

2. $\sqrt{2}$ (答案不唯一) 【解析】无限不循环小数是无理数, 常见的有开不尽方的数, 如 $\sqrt{2}$. 故答案为 $\sqrt{2}$ (答案不唯一).

3. (1) $\sqrt{3}$ (2) $x<0$ (3) 2 或 4 (答案不唯一)

【解析】(1) 当 x 为 9 时, $\sqrt{9}=3$, 3 为有理数, 再取 3 的算术平方根, 是 $\sqrt{3}, \sqrt{3}$ 为无理数, 故

输出 $\sqrt{3}$,故答案为 $\sqrt{3}$.

(2) 根据负数没有算术平方根,即可判断 $x < 0$,故答案为 $x < 0$.

(3) 当 $x = 2$ 时, $\sqrt{2}$ 是无理数,故输出 $\sqrt{2}$;当 $x = 4$ 时, $\sqrt{4} = 2$,2 为有理数,再取 2 的算术平方根,是 $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$ 为无理数,故输出 $\sqrt{2}$. 故答案为 2 或 4 (答案不唯一).

4. **A** 【解析】由题意可得 $\sqrt{144} = 12$,故选 A.

5. **3** 【解析】由题图可得代数式为 $\sqrt{x} \div 2 + 1$. 当 $x = 16$ 时,原式 $= \sqrt{16} \div 2 + 1 = 4 \div 2 + 1 = 2 + 1 = 3$.

6. 【解】(1) $\sqrt{5\,000\,000} \approx 2\,236$.

(2) $\sqrt{17} \approx 4.12$.

(3) $\sqrt{11} \approx 3.32$.

(4) $\sqrt{77.0884} = 8.78$.

7. 【解】(1) 被开方数扩大为原来的 100 倍,它的算术平方根扩大为原来的 10 倍,故答案为 10.

(2) 设这张长方形纸片的宽为 x cm,则长为 $2x$ cm. 根据题意得 $2x \cdot x = 400$,即 $x^2 = 200$. 因为长方形纸片的长与宽均为正数,所以 $x = \sqrt{200}$. 因为 $\sqrt{2} \approx 1.414$,所以由 (1) 知 $x = \sqrt{200} \approx 14.14$,则 $2x = 14.14 \times 2 = 28.28$,所以这张长方形纸片的长约为 28.28 cm,宽约为 14.14 cm.

刷易错

8. 【解】无理数: $\{-3\pi, 0.010\,010\,001\cdots$ (相邻两个 1 之间依次多一个 0) $\}$;

有理数: $\{-7, 3.5, 3.141\,592\,6, 0, \frac{17}{13}, 0.03\%, -3\frac{1}{4}, 10, 0.\dot{5}\dot{7}, 1.121\,221\,222\}$.

2.2 立方根

刷基础

1. **D** 【解析】A 选项, -4 的立方根是 $-\sqrt[3]{4}$,故 A 选项错误;B 选项, 1 的立方根是 1,故 B 选项错误;C 选项, $\frac{1}{36}$ 的立方根是 $\sqrt[3]{\frac{1}{36}}$,故 C 选项错误;D 选项, -5 的立方根是 $-\sqrt[3]{5}$,故 D 选项正确. 故选 D.

2. **-1** 【解析】由题意得 $x + 2 = 0, x - y + 1 = 0$,解得 $x = -2, y = -1$,所以 $x - y = -2 - (-1) = -1$. 因为 -1 的立方根是 -1 ,所以 $x - y$ 的立方根是

易错警示

一些比较繁琐的有限小数容易被误判为无理数,如: 1.121 221 222.

易错警示

在计算时要注意是求平方根还是求立方根,立方根只有一个,而正数的平方根有两个,且两个数互为相反数.

-1 . 故答案为 -1 .

3. **-b** 【解析】根据数轴上点的位置得 $a < 0 < b$, $|a| > |b|$,所以 $a + b < 0$,所以 $|a + b| + \sqrt[3]{a^3} = -(a + b) + a = -a - b + a = -b$.

4. **A** 【解析】 $\sqrt{8}$ 是先按 $\sqrt{}$,再按 8 , $\sqrt[3]{6}$ 是先按 $\sqrt[3]{}$,再按 $\sqrt[3]{}$,最后按 6 ,故选 A.

5. 【解】(1) $\sqrt[3]{0.957\,8} \approx 0.99$.

(2) $\sqrt[3]{-15\,786} \approx -25.086$.

6. **B** 【解析】A 选项, $\sqrt[3]{26}$ 是无理数,故本选项不符合题意;B 选项, $\sqrt[3]{27} = 3$,故本选项符合题意;C 选项, $\sqrt[3]{28}$ 是无理数,故本选项不符合题意;D 选项, $\sqrt[3]{29}$ 是无理数,故本选项不符合题意. 故选 B.

7. **C** 【解析】因为 $\sqrt[3]{1-a} = -2$,所以 $1 - a = -8$,解得 $a = 9$,所以 $\sqrt{a} = \sqrt{9} = 3$,故选 C.

8. **-2** 【解析】由题可得 $\sqrt[3]{17-a}$ 和 $\sqrt[3]{3a-1}$ 互为相反数,所以 $17 - a$ 与 $3a - 1$ 互为相反数,即 $17 - a + 3a - 1 = 0$,解得 $a = -8$,所以 $\sqrt[3]{a}$ 的值为 -2 ,故答案为 -2 .

9. 【解】(1) $\sqrt[3]{-27} = -3$.

(2) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}$.

(3) $\sqrt[3]{-0.216} = -0.6$.

10. 【解】(1) 依题意得 $\sqrt{162 \times 2} = 18$ (cm),即正方形纸板的边长为 18 cm.

(2) 依题意得 $\sqrt[3]{343} = 7$ (cm),则拼正方体需要的纸板的面积为 $7 \times 7 \times 6 = 294$ (cm²),则剩余纸板的面积为 $162 \times 2 - 294 = 30$ (cm²). 故剩余纸板的面积为 30 cm².

刷易错

11. **C** 【解析】3 是 27 的立方根,A 错误; $\sqrt{64} = 8$,8 的立方根是 2,B 错误; $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$, $\sqrt{2^2} = 2$,C 正确; $\sqrt{4} = 2$,2 的算术平方根是 $\sqrt{2}$,D 错误. 故选 C.

刷提升

1. **A** 【解析】因为 9 的算术平方根是 3,所以 $M = \sqrt{5a + 2b} = 3$,所以 $5a + 2b = 9$. 因为 $7a + 3b - 1$ 的平方根为 ± 4 ,所以 $7a + 3b - 1 = 16$,所以 $\begin{cases} 5a + 2b = 9, \\ 7a + 3b - 1 = 16, \end{cases}$ 解得 $a = -7, b = 22$,所以 $N =$

2.3 实数

2.3.1 认识实数



刷基础

1. 【解】整数: $\{\sqrt[3]{-64}, 0, \sqrt{16}, -9\}$;

负数: $\{-\frac{1}{2}, \sqrt[3]{-64}, -1.\dot{3}\dot{2}, -9\}$;

分数: $\{-\frac{1}{2}, 3.141\ 5, -1.\dot{3}\dot{2}, 7.166\}$;

有理数: $\{-\frac{1}{2}, 3.141\ 5, \sqrt[3]{-64}, 0, -1.\dot{3}\dot{2}, 7.166, \sqrt{16}, -9\}$;

正数: $\{3.141\ 5, 7.166, \sqrt{5}, \sqrt{16}, \frac{\pi}{2}, 5.131\ 131\ 113\cdots\}$;

无理数: $\{\sqrt{5}, \frac{\pi}{2}, 5.131\ 131\ 113\cdots\}$.

2. D 【解析】由题意可得圆的周长为 $\pi \times 1 = \pi$, 所以当圆向右滚动 1 周时, 点 A' 表示的数是 $\pi - 1$; 当圆向左滚动 1 周时, 点 A' 表示的数是 $-\pi - 1$. 综上, 点 A' 表示的数是 $\pi - 1$ 或 $-\pi - 1$, 故选 D.

3. (1) $10\sqrt{10}$ (2) $-1 + \sqrt{10}$ 或 $-1 - \sqrt{10}$

【解析】(1) 因为将由 10 个边长均为 1 的小正方形组成的图形剪开后, 重新拼成一个大正方形 ABCD, 所以大正方形 ABCD 的面积为 $10 \times 1^2 = 10$, 所以 $AD^2 = 10$, 所以 $AD = \sqrt{10}$.

(2) 因为 $BC = AD = \sqrt{10}$, 所以点 E 表示的数为 $-1 + \sqrt{10}$ 或 $-1 - \sqrt{10}$.

4. C 【解析】A 选项, $\sqrt{4} = 2$, 故本选项错误; B 选项, $-|-2| = -2$, 故本选项错误; C 选项, $|\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}$, 故本选项正确; D 选项, $\sqrt[3]{9} \neq 3$, 故本选项错误. 故选 C.

5. $\sqrt{11}$ $3 - \sqrt{5}$ 【解析】 $-\sqrt{11}$ 的绝对值是 $|\sqrt{11}| = \sqrt{11}$, $\sqrt{5} - 3$ 的相反数是 $-(\sqrt{5} - 3) = 3 - \sqrt{5}$, 故答案为 $\sqrt{11}, 3 - \sqrt{5}$.

6. $\pm\sqrt{5}$ 【解析】因为 $|x| = \sqrt{5}$, 所以 $x = \pm\sqrt{5}$. 故答案为 $\pm\sqrt{5}$.

7. 【解】由题意可知 $(1 - 2x) + (3x - 7) = 0$, 解得

$\sqrt[3]{-2a-b} = \sqrt[3]{14-22} = \sqrt[3]{-8} = -2$, 所以 $M+2N = 3+2 \times (-2) = 3-4 = -1$. 因为 -1 的立方根为 -1 , 所以 $M+2N$ 的立方根为 -1 , 故选 A.

2. C 【解析】因为 $x^2 = (-5)^2$, $\sqrt[3]{y^3} = -5$, 所以 $x = \pm 5, y = -5$. 当 $x = 5, y = -5$ 时, $x+y = 0$; 当 $x = -5, y = -5$ 时, $x+y = -10$. 综上, $x+y$ 的值为 0 或 -10 . 故选 C.

3. C 【解析】当 $a_1 = 3$ 时, $a_2 = 1 - \frac{1}{a_1} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, $a_3 = 1 - \frac{1}{a_2} = 1 - \frac{1}{\frac{2}{3}} = -\frac{1}{2}$, $a_4 = 1 - \frac{1}{a_3} = 1 - \frac{1}{-\frac{1}{2}} = 3$, $a_5 = 1 - \frac{1}{a_4} = \frac{2}{3}$, \cdots , 所以从 a_1 开始, 这些数以 $3, \frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$ 三个数为一组循环. 因为 $2\ 025 \div 3 = 675$, 所以 $a_{2\ 025} = -\frac{1}{2}$, 所以 $\sqrt[3]{2a_{2\ 025}} = \sqrt[3]{2 \times (-\frac{1}{2})} = \sqrt[3]{-1} = -1$, 故选 C.

4. $\sqrt{2}$ 或 1 或 0 【解析】因为 $\sqrt[3]{x-1} = x-1$, 所以 $x-1 = 1$ 或 $x-1 = 0$ 或 $x-1 = -1$, 所以 $x = 2$ 或 $x = 1$ 或 $x = 0$, 所以 \sqrt{x} 的值为 $\sqrt{2}$ 或 1 或 0. 故答案为 $\sqrt{2}$ 或 1 或 0.

5. 7 【解析】 $\sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{8} = 5 + 2 = 7$ (cm).

6. 【解】填表结果为 0.1, 10 (从左到右).

(1) 有规律. 被开方数的小数点向左 (或向右) 每移动 3 位, 它的立方根的小数点相应地向左 (或向右) 移动 1 位.

(2) 因为 $\sqrt[3]{0.125} = 0.5$, 所以 $\sqrt[3]{-0.125} = -0.5$. 由 -0.5 到 -50 , 小数点向右移动了 2 位, 则由 -0.125 到 a , 小数点向右移动 6 位, 所以 $a = -125\ 000$.

关键点拨

解题的关键是知道立方根是本身的数是 0, 1, -1.

归纳总结

求立方根时, 被开方数和其立方根的小数点的移动方向相同, 移动位数的比为 3:1.

刷素养

7. 【解】(1) 观察规律可写出类似的等式, 如:

$\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{-64} = 4 + (-4) = 0$, 故答案为 $\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{-64} = 4 + (-4) = 0$ (答案不唯一).

(2) 由规律可得对于任意两个不相等的有理数 a, b , 若 $a+b=0$, 则 $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = 0$, 反之也成立. 故答案为 $a+b=0$.

(3) 若 $\sqrt[3]{6-2x}$ 与 $\sqrt[3]{x+1}$ 的值互为相反数, 则 $(6-2x) + (x+1) = 0$, 解得 $x = 7$.

$x = 6$. 由此得 $\sqrt{10x+4} = \sqrt{64} = 8$, $\sqrt[3]{8-12x} = \sqrt[3]{-64} = -4$.

刷易错

- 8. B** 【解析】①带根号的数有不是无理数的,如 $\sqrt{4}$,故原说法错误;②数轴上的点表示的数都是实数,故原说法正确;③正实数包括正有理数和正无理数,故原说法正确;④实数分为正实数、零和负实数,故原说法错误. 故选 B.

2.3.2 实数的运算

刷基础

- 1. A** 【解析】原式 $= 5 - 2 = 3$.
2. B 【解析】原式 $= 3 - 2 + \sqrt{2} - 1 = \sqrt{2}$.
3. B 【解析】由题意知, $(\sqrt{3})^2 \times 2 - 1 = 5$. 故选 B.

4. 【解】(1) 原式 $= \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + 2 - \sqrt{3} - 2 = -\sqrt{3}$.

$$(2) \begin{cases} \sqrt{3}x - y = 7, & ① \\ x + \sqrt{3}y = \sqrt{3}, & ② \end{cases}$$

$$① \times \sqrt{3}, \text{得 } 3x - \sqrt{3}y = 7\sqrt{3}, ③$$

$$③ + ②, \text{得 } 4x = 8\sqrt{3}, \text{解得 } x = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{把 } x = 2\sqrt{3} \text{ 代入 } ②, \text{得 } 2\sqrt{3} + \sqrt{3}y = \sqrt{3}, \text{解得 } y = -1.$$

$$\text{所以原方程组的解为 } \begin{cases} x = 2\sqrt{3}, \\ y = -1. \end{cases}$$

- 5. B** 【解析】因为 $-\sqrt{2} < -1 < 0 < \sqrt{3}$, 所以这四个数中,最小的数是 $-\sqrt{2}$. 故选 B.

- 6. (1) < (2) <** 【解析】(1) 因为 $| -5 | = 5 = \sqrt{25}$, $| -\sqrt{23} | = \sqrt{23}$, 且 $\sqrt{25} > \sqrt{23}$, 所以 $-5 < -\sqrt{23}$. 故答案为 <.

(2) 因为 $\frac{3}{2} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$, 且 $3 < \frac{27}{8}$, 所以 $\sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$, 即 $\sqrt[3]{3} < \frac{3}{2}$. 故答案为 <.

$$\mathbf{7. 【解】} \frac{\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{5} - 2}{2}.$$

因为 $\sqrt{5} < 3$, 所以 $\sqrt{5} - 2 < 1$, 所以 $\frac{\sqrt{5} - 2}{2} < \frac{1}{2}$, 即

$$\frac{\sqrt{5}}{2} - 1 < \frac{1}{2}.$$

- 8. D** 【解析】因为 $\sqrt{9} = 3$, $3 < \sqrt{11} < 4$, 所以 $\sqrt{9} +$

易错警示

实数分为正实数、零和负实数,不要忘记零.

归纳总结

(1) 实数运算中的运算顺序是先算乘方、开方,再算乘除,最后算加减,有括号要先算括号里面的.

思路分析

根据已知中定义的运算,先算出 $[1]$, $[2]$, \dots , $[15]$ 的值,再观察得出规律,即可得出 s 的值,从而得解.

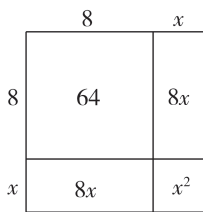
归纳总结

实数大小比较的方法:①作差法;②作商法;③平方法;④比较被开方数.

$\sqrt{11}$ 的运算结果应在 6 和 7 之间. 故选 D.

- 9. 【解】**(1) 因为 $\sqrt{64} < \sqrt{76} < \sqrt{81}$, 即 $8 < \sqrt{76} < 9$, 所以 $\sqrt{76}$ 的整数部分为 8, 故答案为 8.

(2) 因为面积为 76 的正方形边长是 $\sqrt{76}$, 且 $8 < \sqrt{76} < 9$, 所以设 $\sqrt{76} = 8 + x$, 其中 $0 < x < 1$, 画出示意图如图所示. 因为图中 $S_{\text{正方形}} = 8^2 + 2 \times 8x + x^2$, $S_{\text{正方形}} = 76$, 所以 $8^2 + 2 \times 8x + x^2 = 76$. 当 x^2 较小时, 省略 x^2 , 得 $16x + 64 \approx 76$, 所以 $x \approx 0.75$, 即 $\sqrt{76} \approx 8.75$.



- 10. A** 【解析】 $4 \div 2\sqrt{3} \approx 1.15$. 故选 A.

- 11. 4.46** 【解析】 $2 \times (\sqrt{3} - 1) + 3 \approx 4.46$.

- 12. 0.788** 【解析】 $2\sqrt[3]{2} - \sqrt{3} \approx 0.788$.

刷提升

- 1. D** 【解析】因为 $5.5 < \sqrt{34} < 6$, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 所以另一端点 E 将落在 CD 边上. 又因为边长为 2 的正方形 $ABCD$ 各边被四等分, 所以 $R_3C = 1.5$, 所以另一端点 E 将落在线段 R_3D 上. 故选 D.

- 2. $\sqrt{2} - 1$** 【解析】由题意可得 $A_1B_1 = 2 - \sqrt{2}$, 则 A_2 表示的数为 $2 + 2 - \sqrt{2} = 4 - \sqrt{2}$. 因为 $2 < 4 - \sqrt{2} < 3$, 所以 B_2 表示的数为 3, 所以 $A_2B_2 = 3 - (4 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$, 同理可得 $A_3B_3 = 2 - \sqrt{2}$, $A_4B_4 = \sqrt{2} - 1, \dots$, 所以 $A_8B_8 = \sqrt{2} - 1$, 故答案为 $\sqrt{2} - 1$.

- 3. 25** 【解析】因为 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 所以 $[\sqrt{1}] = 1, [\sqrt{2}] = 1, [\sqrt{3}] = 1$, 共有 3 个等于 1; $[\sqrt{4}] = 2, [\sqrt{5}] = 2, [\sqrt{6}] = 2, [\sqrt{7}] = 2, [\sqrt{8}] = 2$, 共有 5 个等于 2; $[\sqrt{9}] = 3, [\sqrt{10}] = 3, [\sqrt{11}] = 3, [\sqrt{12}] = 3, [\sqrt{13}] = 3, [\sqrt{14}] = 3, [\sqrt{15}] = 3$, 共有 7 个等于 3; \dots ; $[\sqrt{100}] = 10$, 所以 $s = 3 \times 1 + 5 \times 2 + 7 \times 3 + 9 \times 4 + 11 \times 5 + 13 \times 6 + 15 \times 7 + 17 \times 8 + 19 \times 9 + 10 = 625$, 所以 $\sqrt{s} = \sqrt{625} = 25$. 故答案为 25.

- 4. 【解】**(1) 因为 $c^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 = \frac{3}{16}$, $d^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{1}{5}$, 且 $\frac{3}{16} < \frac{1}{5}$, 所以 $c^2 < d^2$, 所以 $c < d$, 故答案为 <.

(2) $m > n$. 理由如下: $m^2 = (\sqrt{7} + 2)^2 = 11 + 4\sqrt{7}$,

根是 $\sqrt[3]{-8}=-2$,故答案为-2.

3. 1 【解析】因为 $\sqrt{2x-1}=1$,所以 $2x-1=1$,所以 $x=1$,故答案为1.

4. 1 【解析】因为 m, n 为实数,且 $(m+4)^2 + \sqrt{n-5}=0$,所以 $m+4=0, n-5=0$,解得 $m=-4, n=5$,所以 $(m+n)^2=(-4+5)^2=1^2=1$.故答案为1.

5. C 【解析】因为 $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$,所以 $2<\sqrt{6}<3$,所以 $3<1+\sqrt{6}<4$,故选C.

6. 5 【解析】因为 $\sqrt{25}<\sqrt{26}<\sqrt{36}$,所以 $5<\sqrt{26}<6$.因为 $n<\sqrt{26}<n+1$,所以 $n=5$,故答案为5.

7. 2(答案不唯一) 【解析】因为 $\sqrt{3}<\sqrt{4}<\sqrt{9}<\sqrt{10}$,所以 $\sqrt{3}<2<3<\sqrt{10}$,所以比 $\sqrt{3}$ 大且比 $\sqrt{10}$ 小的整数是2或3.故答案为2(答案不唯一).

8. D 【解析】因为 $2\times\frac{1}{2}=1$,所以实数2的倒数是 $\frac{1}{2}$.故选D.

9. C 【解析】A选项, $\frac{2}{3}$ 是有理数,不符合题意;B选项,3.14是有理数,不符合题意;C选项, $\sqrt{15}$ 是无理数,符合题意;D选项, $\sqrt[3]{64}=4$ 是有理数,不符合题意.故选C.

10. 2 【解析】 $|-5|+\sqrt[3]{-27}=5-3=2$.

11. $x=10$ 【解析】因为 $\sqrt{x-6}=2$,所以 $x-6=4$,所以 $x=10$.经检验, $x=10$ 是原方程的解,故答案为 $x=10$.

12. 【解】 $2^2+|-3|-\sqrt{25}=4+3-5=7-5=2$.

13. C 【解析】因为 $-2<-\sqrt{3}<0<\pi$,所以这四个数中,最大的数是 π .故选C.

14. \geq 【解析】 $(\sqrt{10})^2=10, \left(\frac{22}{7}\right)^2=\frac{484}{49}$.因为 $10>\frac{484}{49}$,所以 $\sqrt{10}>\frac{22}{7}$,故答案为 \geq .

15. C 【解析】设点A表示的数为 a .由数轴可知 $2<a<3$.因为 $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$,所以 $1<\sqrt{2}<2$,故选项A不符合题意;因为 $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$,所以 $1<\sqrt{3}<2$,故选项B不符合题意;因为 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$,所以 $2<\sqrt{7}<3$,故选项C符合题意;因为 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$,所以 $3<\sqrt{10}<4$,故选项

归纳总结

几个非负数的和为0时,这几个非负数都为0.

思路分析

根据题意可知 n 与 $n+1$ 是两个连续整数,再估算出 $\sqrt{2\,022}$ 的值即可.

D不符合题意.故选C.

16. D 【解析】由题意可得圆的周长为 $\pi\times 1=\pi$.圆从点A滚动到点A',滚动的距离是圆的周长 π ,点A'对应的数是2,那么滚动前点A对应的数是 $2-\pi$,故选D.

17. C 【解析】A选项,由数轴可知 $-2<b<-1$,故本选项不符合题意;B选项,由数轴可知 $-2<b<-1$,则 $1<|b|<2$,故本选项不符合题意;C选项,由数轴可知 $a>0, b<0, |a|>|b|$,则 $a+b>0$,故本选项符合题意;D选项,由数轴可知 $a>0, b<0$,则 $ab<0$,故本选项不符合题意.故选C.



刷章测

1. D 【解析】0的绝对值是0,负数的绝对值为正数,正数的绝对值为正数,正数大于0,故A正确; $\sqrt{(-2)^2}=2$,故B正确;9的平方根是 ± 3 ,故C正确;任何数都有立方根,故D错误.故选D.

2. D 【解析】因为 $b=\sqrt{a-8}-\sqrt{8-a}+25, a-8\geq 0, 8-a\geq 0$,所以 $a=8, b=25$,所以 $\sqrt[3]{a}+\sqrt{b}=\sqrt[3]{8}+\sqrt{25}=2+5=7$,故选D.

3. C 【解析】设大正方形的边长为 a ,中正方形(正方形ABCD)的边长为 b ,小正方形的边长为 c ,则 $a>b>c>0$.根据题意,得 $a^2=4, c^2=1$,所以 $a=\sqrt{4}=2, c=1$,所以 $1<b<2$.因为 $1<3<4$,所以 $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$,即 $1<\sqrt{3}<2$,所以正方形ABCD的边长可能为 $\sqrt{3}$,故选C.

4. B 【解析】观察 $-1, \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, -2, \sqrt{5}, \sqrt[3]{6}, -\sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt[3]{9}, -\sqrt{10}, \dots$,可知每三个数为一组,每组出现的特点一样,依次是这个数的算术平方根的相反数、算术平方根、立方根.因为 $2\,023\div 3=674\dots\dots 1$,所以这一列数中的第2\,023个数应是 $-\sqrt{2\,023}$.

5. -6 【解析】因为 $\sqrt{25}<\sqrt{35}<\sqrt{36}$,即 $5<\sqrt{35}<6$,所以 $-6<-\sqrt{35}<-5$.因为 $(-5.5)^2=30.25$,所以 $-\sqrt{35}$ 的值最接近的整数是-6,故答案为-6.

6. 44 【解析】因为 $1\,936<2\,022<2\,025$,所以 $\sqrt{44^2}<\sqrt{2\,022}<\sqrt{45^2}$,即 $44<\sqrt{2\,022}<45$.因为 $n<\sqrt{2\,022}<n+1, n$ 为整数,所以 $n=44$.故答案为44.

$$7. \left| -\frac{3}{2} \right|, \frac{22}{7}, +1.99, -(-6), \pi$$

$$\underline{-5, 0, -(-6)}$$

$$\left| -\frac{3}{2} \right|, -3.14, \frac{22}{7}, +1.99$$

$$\underline{-12.101\ 001\cdots, \pi}$$

8. $\frac{13}{2}$ 【解析】因为 a, b 互为倒数, c, d 互为相反数, e 的绝对值为 $\sqrt{2}$, f 的算术平方根是 8, 所以 $ab=1, c+d=0, e=\pm\sqrt{2}, f=64$, 故 $\frac{1}{2}ab + \frac{c+d}{5} + e^2 + \sqrt[3]{f} = \frac{1}{2} + 0 + 2 + 4 = \frac{13}{2}$.

9. 【解】原式 $= -12 + 8 - 3 + 1 = -6$.

10. 【解】(1) 因为 $\sqrt{5}(a-2) - b + 6 = 0$, 且 a, b 为有理数, 所以 $a-2=0, -b+6=0$, 所以 $a=2, b=6$. 故答案为 2, 6.

(2) 因为 $\sqrt{2}(a-b) + a + b = 8$, 且 a, b 为有理数, 所以 $a-b=0, a+b=8$, 所以 $a=b=4$, 所以 $ab=16$. 因为 16 的平方根为 ± 4 , 所以 ab 的平方根为 ± 4 .

11. 【解】(1) 因为长方体水池的长、宽、高之比为 $2:2:4$, 其体积为 $16\ 000\text{ cm}^3$, 所以设长方体水池的长、宽、高分别为 $2x\text{ cm}, 2x\text{ cm}, 4x\text{ cm}$, 所以 $2x \cdot 2x \cdot 4x = 16\ 000$, 所以 $16x^3 = 16\ 000$, 所以 $x^3 = 1\ 000$, 解得 $x=10$, 所以长方体水池的长、宽、高分别为 $20\text{ cm}, 20\text{ cm}, 40\text{ cm}$.

(2) 已知该球的半径为 $r\text{ cm}$, 则 $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{60} \times 16\ 000$, 所以 $r^3 = \frac{1}{60} \times 16\ 000 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$, 所以 $r \approx 4.05$.

答: 该球的半径约为 4.05 cm .

12. 【解】(1) 因为 $\sqrt{36} < \sqrt{47} < \sqrt{49}$, 所以 $6 < \sqrt{47} < 7$, 所以 $\sqrt{47}$ 的整数部分是 6, 小数部分是 $\sqrt{47}-6$. 故答案为 6, $\sqrt{47}-6$.

关键点拨

明确互为倒数的两个数乘积为 1, 互为相反数的两个数和为 0, 以及绝对值和算术平方根的定义是解题关键.

思路分析

(3) 根据“理想点”的定义, 求得 m 的值, 再代入计算即可.

(2) 因为 $2 < \sqrt{6} < 3$, 所以 $3 < \sqrt{6} + 1 < 4$, 所以 $a = \sqrt{6} + 1 - 3 = \sqrt{6} - 2$.

因为 $3 < \sqrt{13} < 4$, 所以 $-4 < -\sqrt{13} < -3$,

所以 $5 < 9 - \sqrt{13} < 6$, 所以 $b=5$,

所以 $a+b-\sqrt{6} = \sqrt{6}-2+5-\sqrt{6}=3$.

(3) 因为 $x^2-2y+\sqrt{5}y=10+3\sqrt{5}$,

所以 $x^2-2y+\sqrt{5}y-10-3\sqrt{5}=0$,

所以 $(x^2-2y-10)+\sqrt{5}(y-3)=0$.

易得 $x^2-2y-10=0, y-3=0$,

所以 $y=3$,

所以 $x^2-2 \times 3-10=0$,

所以 $x^2=16$, 所以 $x=\pm 4$,

所以当 $x=4, y=3$ 时, $x+y=4+3=7$,

当 $x=-4, y=3$ 时, $x+y=-4+3=-1$.

综上所述, $x+y$ 的值为 7 或 -1.

13. 【解】(1) $\sqrt{4}-3=2-3=-1, (\sqrt{3})^2-4=3-4=-1$, 因为 $-1=-1$, 所以点 $A(4, 3)$ 是“理想点”; $\sqrt{16}-8=4-8=-4, (\sqrt{8})^2-16=8-16=-8$, 因为 $-4 \neq -8$, 所以点 $B(16, 8)$ 不是“理想点”; $\sqrt{25}-15=5-15=-10, (\sqrt{15})^2-25=15-25=-10$, 因为 $-10=-10$, 所以点 $C(25, 15)$ 是“理想点”. 故答案为 $B(16, 8)$.

(2) 因为点 $D\left(\frac{4}{9}, x\right)$ 是“理想点”, 所以

$$\sqrt{\frac{4}{9}} - x = (\sqrt{x})^2 - \frac{4}{9}, \text{ 所以 } \frac{2}{3} - x = x - \frac{4}{9}, \text{ 解得 } x = \frac{5}{9}.$$

(3) 存在. 因为点 $M(m, m)$ 是“理想点”, 所以 $\sqrt{m}-m=(\sqrt{m})^2-m$, 整理得 $\sqrt{m}=m$, 所以 $m=0$ 或 $m=1$. 当 $m=0$ 时, $-m^2+\sqrt[3]{-m}=-0^2+\sqrt[3]{0}=0$; 当 $m=1$ 时, $-m^2+\sqrt[3]{-m}=-1^2+\sqrt[3]{-1}=-1+(-1)=-2$.

综上所述, $-m^2+\sqrt[3]{-m}$ 的值为 0 或 -2.

第 3 章 一元一次不等式 (组)

3.1 不等式的意义

刷基础

1. D 【解析】A、B、C 选项都是等量关系; D 选项中非负数是指大于或等于零的数, 蕴含不

等关系.

2. 4 【解析】① $a(b+c)=ab+ac$ 是等式, ②③④⑥都是用不等号连接的式子, 是不等式, ⑤ $x-2xy+y$ 是代数式, 不是不等式. 综上, 是不等式的有 4 个, 故答案为 4.